

**Розв'язки задач
фінального туру
Всеукраїнської олімпіади з фізики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка - 2025**

Задача №1

Дві маленькі кульки масами m та $2m$ підвішено в одній точці на невагомим нерозтяжних мотузках довжиною l (див. рис.). Кульку масою m відхиляють на кут α і відпускають. Після співудару кульки рухаються в протилежних напрямках. На яку максимальну висоту підніметься кулька масою m після співудару, якщо кулька масою $2m$ відхиляється на максимальний кут β .

Розв'язок

Виберемо систему відліку з початком у точці початкового положення кульки $2m$ (див. рис.) (див. рис.).

Визначимо початкову потенціальну енергію кульки m :

$$mgH = mg(l - l \cos \alpha) = mgl(1 - \cos \alpha) \quad (1)$$

З закону збереження енергії швидкість цієї кульки перед співударом:

$$mgH = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (2)$$

При співударі кульок виконується закон збереження імпульсу. Оскільки одразу після удару кульки рухаються у протилежних напрямках, закон збереження імпульсу в проекції на вісь OX набуває вигляду:

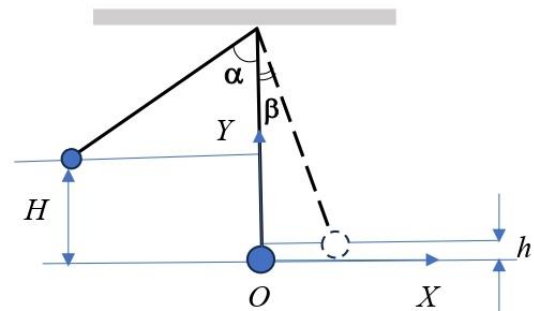
$$mV = -mV_1 + 2mV_2 \quad (3)$$

V_1, V_2 - швидкості кульок після співудару.

Оскільки відомий кут максимального відхилення другої кульки, з закону збереження енергії можна знайти її початкову швидкість V_2 :

$$\frac{2mV_2^2}{2} = 2mgh \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1 - \cos \beta)} \quad (4)$$

Тоді з (3) швидкість першої кульки одразу після співудару:



$$mV = -mV_1 + 2mV_2 \Rightarrow mV_1 = 2mV_2 - mV \Rightarrow V_1 = 2V_2 - V \quad (5)$$

Підставимо у (5) вирази (2) та (4):

$$V_1 = 2V_2 - V \Rightarrow 2\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \quad (6)$$

Максимальна висота підйому першої кульки після співудару:

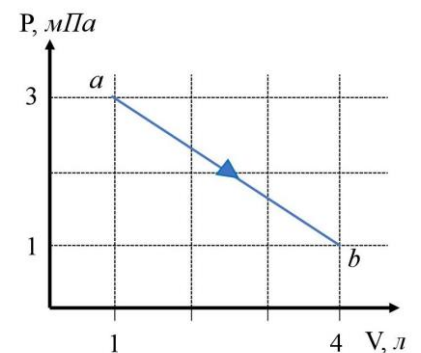
$$\frac{mV_1^2}{2} = mgH_1 \Rightarrow H_1 = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(2\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)})^2}{2g} \quad (7)$$

Спростуючи (7), отримаємо:

$$H_1 = \frac{(2\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)})^2}{2g} = l(2\sqrt{(1-\cos\beta)} - \sqrt{(1-\cos\alpha)})^2 \quad (8)$$

Задача №2

Один моль неону розширюється зі стану a у стан b за лінійним законом (див. рис.). Яка кількість теплоти була надана газу в процесі розширення, якщо його початкова температура $T = 300$ К? Значення тиску та об'єму газу в початковому та кінцевому станах вказані на рисунку.



Розв'язок

За першим законом термодинаміки кількість отриманої теплоти:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (1)$$

$\Delta U = (U_2 - U_1)$ - зміна внутрішньої енергії газу, ΔA - робота, виконана газом.

1. Зміна внутрішньої енергії.

Нехай P_n, V_n - початкові тиск та об'єм газу, а P_k, V_k відповідно кінцеві тиск та об'єм. Як видно з рисунка, $P_n = 3P_k$, $V_n = \frac{V_k}{4}$.

Внутрішня енергія ідеального одноатомного (неон) газу $U = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} PV$.

Отже, в початковому стані:

$$U_1 = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} P_n V_n \quad (1)$$

В кінцевому стані:

$$U_2 = \frac{3}{2} P_\kappa V_\kappa = \frac{3}{2} \frac{P_n}{3} 4V_n = \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2} P_n V_n \right) = 2\nu RT \quad (2)$$

Зміна внутрішньої енергії :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 2\nu RT - \frac{3}{2} \nu RT = \frac{1}{2} \nu RT \quad (3)$$

2. Робота газу. Відомо, що робота, виконана газом, визначається площею фігури під графіком залежності $P(V)$. З рисунка видно, що це площа трапеції з основами

$P_n, \frac{P_n}{3}$ та висотою $\Delta V = 3V_n$. Тоді

$$\Delta A = \frac{P_n + \frac{P_n}{3}}{2} 3V_n = 2P_n V_n = 2\nu RT \quad (4)$$

Кількість отриманої теплоти:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A = \frac{1}{2} \nu RT + 2\nu RT = \frac{5}{2} \nu RT \quad (5)$$

Обчислення: $\Delta Q = \frac{5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 300}{2} = 6,23 \text{ (кДж)}$.

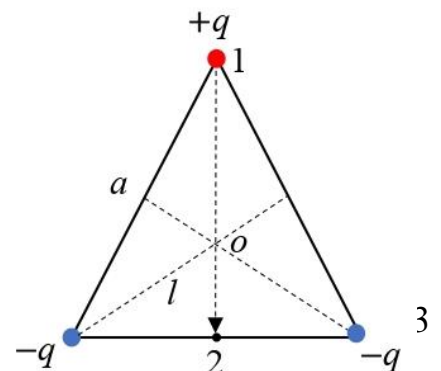
Задача №3

У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною $a = 1 \text{ см}$ розташовані три точкових електричних заряди різних знаків з однаковим за модулем зарядом $q = 5 \text{ нКл}$ (див. рис.). Визначте потенціал електричного поля в центрі трикутника. Яка робота виконується при переміщенні заряду $+q$ з вершини в центр протилежної сторони трикутника (до точки P).

Розв'язок

Потенціал електричного поля точкового заряду:

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r} \quad (1)$$



В Системі інтернаціональній (СІ) $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$

$$\frac{H \cdot m^2}{Kл^2} \cdot$$

1.) Потенціал в центрі трикутника. Відстань від вершин трикутника до точки O дорівнює

$$l = \frac{2}{3} a \sin 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Потенціал є скалярною величиною, тому потенціал електричного поля, яке створюється трьома зарядами в точці O , визначається як алгебраїчна сума потенціалів полів окремих зарядів

$$\varphi_o = +k \frac{q}{l} - 2k \frac{q}{l} = -k \frac{q}{l} = -k \frac{\sqrt{3}q}{a} \quad (3)$$

2.) Робота по переміщенню заряду. Робота по переміщенню заряду $+q$ з точки 1 в точку 2 :

$$\Delta A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4)$$

де φ_1, φ_2 - потенціали в початковій точці 1 та кінцевій точці 2 відповідно.

Потенціал в точці 1 створюється двома від'ємними зарядами, розташованими на відстані a від цієї точки. Тому

$$\varphi_1 = \left(-k \frac{q}{a}\right) + \left(-k \frac{q}{a}\right) = -2k \frac{q}{a} \quad (5)$$

Потенціал в точці 2 створюється цими ж зарядами, тільки розташованими на відстані $(a/2)$ від точки 2:

$$\varphi_2 = \left(-k \frac{q}{(a/2)}\right) + \left(-k \frac{q}{(a/2)}\right) = -4k \frac{q}{a} \quad (6)$$

Робота по переміщенню заряду:

$$\Delta A = +q(\varphi_1 - \varphi_2) = q \left(-2k \frac{q}{a} - \left(-4k \frac{q}{a} \right) \right) = 2k \frac{q^2}{a} \quad (7)$$

Обчислення: $\varphi_o = -k \frac{\sqrt{3}q}{a} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{10^{-2}} \approx -7,8 \cdot 10^3 \text{ В} = 7,8 \text{ кВ}$

$$\Delta A = 2k \frac{q^2}{a} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{(5 \cdot 10^{-9})^2}{10^{-2}} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж} = 45 \text{ мкДж}$$

Задача №4

Автомобільний акумулятор, що складається з шести свинцевих елементів з внутрішнім опором $r=0,01 \text{ Ом}$ кожний, заряджують від зарядного пристрою з напругою $U=14,2 \text{ В}$. Наприкінці зарядки електрорушійна сила кожного елемента $E=2,1 \text{ В}$, а у колі проходить струм силою $I=1 \text{ А}$. Який додатковий опір увімкнено в коло?

Розв'язок

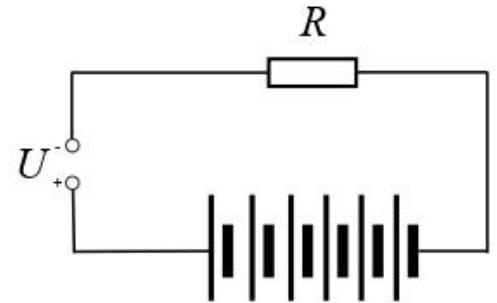
Зарядка акумулятора здійснюється за умови, що полюс «+» зовнішнього джерела приєднується до такого ж полюсу акумулятора (див. рис.). Тоді загальна е.р.с, яка діє в колі, дорівнює $(U - 6E)$. Загальний опір кола $(R + 6r)$. За законом Ома для замкненого кола сила струму у колі:

$$I = \frac{U - 6E}{R + 6r} \quad (1)$$

З рівняння (1) визначається опір R :

$$R = \frac{U - 6(E + Ir)}{I} \quad (2)$$

Обчислення: $R = \frac{14,2 - 6(2,1 + 1 \cdot 0,01)}{1} = 1,54 \text{ (Ом)}$.



Задача №5

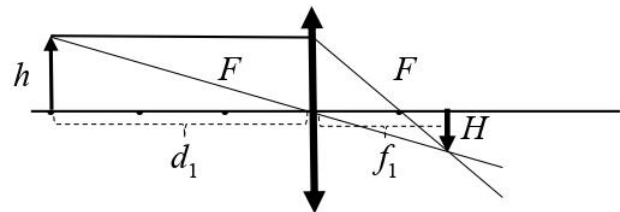
Предмет знаходиться на відстані $d_1 = 3F$ від збиральної лінзи (F - фокусна відстань лінзи). Предмет переміщують на відстань $d_2 = 1,5F$. Як і у скільки разів зміниться розмір зображення предмета?

Розв'язок

Наведений рисунок відповідає першому положенню предмета. З рівняння плоскої лінзи:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{3F} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_1 = 1,5F \quad (1)$$

З подібності трикутників (див. рис.)



$$\frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{d_1} = \frac{1,5F}{3F} = 0,5 \Rightarrow H_1 = 0,5h \quad (2)$$

Аналогічно знайдемо висоту зображення при другому положенні предмета:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{1,5F} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_2 = 3F \quad (3)$$

$$\frac{H_2}{h} = \frac{f_2}{d_2} = \frac{3F}{1,5F} = 2 \Rightarrow H_2 = 2h \quad (4)$$

Отже,

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{2h}{0,5h} = 4 \quad (5)$$

Розмір зображення предмета зріс у 4 рази.

**Список
учасників фінального туру
Всеукраїнської олімпіади Київського національного
університету імені Тараса Шевченка для вступників з фізики
(2025 рік)**

№	ПІБ	Бали (максимальна кількість – 100)
1	Кабков Юрій Олексійович	90
2	Кириленко Тимофій Романович	71
3	Козир Максим Олександрович	93
4	Кондратенко Поліна Максимівна	95
5	Корольов Андрій Віталійович	92
6	Корпачов Артем Андрійович	90
7	Котченко Павло Олегович	90
8	Кравченко Марина Сергіївна	74
9	Лисенко Дарія Ігорівна	100
10	Митрик Євген Богданович	100
11	Процишин Володимир В'ячеславович	91
12	Сорока Дмитро Андрійович	100
13	Стеценко Марія Максимівна	90
14	Улещенко Федір Володимирович	98

Голова Секції «Фізика»

Макарець М.В.